

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Ableitung.

- a) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ b) $g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ c) $f(z) = \frac{4}{3}z^6$ d) $f(x) = x^3 + x^{-5}$
 e) $g(u) = u^{-8} - 8u^3$ f) $f(x) = \frac{2x}{5} + \frac{5}{x^2}$ g) $f(x) = \frac{3}{4x^2}$ h) $h(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{10}} - 3$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Ableitungsfunktion f' und geben Sie die Werte $f'(1)$ und $f'(-1)$ an. Steigt oder fällt der Graph von f an der Stelle $x_0 = 0$?

- a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 - 3x + 1$ b) $f(x) = \frac{3}{4}x^8 - 2x^5 + \frac{5}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 5$
 c) $f(x) = 0.8x^4 - 1.3x^2 + ax - 2$ d) $f(x) = x^7 - x^6 + x^5 + x$

Aufgabe 3:

Geben Sie den Term der Ableitungsfunktion an.

- a) $h(x) = 6x^2 + \frac{3}{2x}$ b) $f(a) = \frac{1}{2}a^{-3} - 3a$ c) $g(x) = 2x^2 - 3a^2$ d) $h(a) = 2x^2 - 3a^2$
 e) $f(t) = 4t^{-1} - at$ f) $g(x) = 3a^2 - a$ g) $h(x) = \frac{4}{3}x^4 - z + \frac{1}{x}$ h) $f(z) = \frac{3}{8}z^4 - \frac{3}{2}z^2$

Aufgabe 4:

Anstelle von $f'(x)$ schreibt man auch $\frac{df}{dx}$. Für die Funktion $f(x) = x^2 + x$ schreibt man dann z.B.

$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f = \frac{d}{dx} (x^2 + x) = 2x + 1.$$

Berechnen Sie:

- a) $\frac{d}{dx}(x^3 - 3x^2)$ b) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x} + 2x)$ c) $\frac{d}{dz}(z^3 - 3z^2)$ d) $\frac{d}{da}(x^{-4} - 3)$
 e) $\frac{d}{dt}(x^3 - 3t^2)$ f) $\frac{d}{dx}(x^{-3} - 3z^2)$ g) $\frac{d}{dz}(x^{-3} - 3\frac{1}{z^2})$ h) $\frac{d}{dh}(a \cdot h^2 - \frac{x}{2} \cdot h^2)$

Aufgabe 5:

Funktionen können auch von mehreren Veränderlichen abhängen. Man könnte z.B. jedem Zahlenpaar $x, y \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl $z \in \mathbb{R}$ zuordnen. Der Graph einer solchen Funktion ist eine Fläche im Raum. Hier sehen Sie die Fläche zur Funktion

$$f(x, y) = -(x^2 + y^2)$$

Möchte man hier die Ableitung betrachten so ist es möglich die Ableitung entlang der Achsen zu betrachten. Man spricht dann von der partiellen Ableitung und schreibt $\frac{\partial f}{\partial x}$ für die Ableitung entlang der x-Achse und $\frac{\partial f}{\partial y}$ für die Ableitung entlang der y-Achse.

Bestimmen Sie $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ für folgende Funktionen:

- a) $f(x, y) = -x^2 - y^2$ b) $f(x, y) = -x^2 + 3y^2$ c) $f(x, y) = \frac{1}{xy}$
 d) $f(x, y) = x^3 - 3y^2$ e) $f(x, y) = -x^2 + 3\sqrt{y}$ f) $f(x, y) = \frac{x}{y}$

