Geometrische Abbildungen

Aufgabe 1:

Stellen Sie in einen Koordinatensystem folgenden Gleichungen dar. Setzen Sie dazu für den Parameter t die Werte $-2, -1, 0, 1$ und 2 ein.

a: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

c: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

d: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$

Beantworten Sie zu den Geraden folgende Fragen:

- Welche Geraden verlaufen Parallel?
- Welche Bedingung muss gelten, damit zwei Geraden parallel verlaufen?
- Welche Bedingung muss gelten, damit zwei Geraden übereinander verlaufen, d.h. die Geraden identisch sind.
- Welche Bedingung muss gelten, damit sich zwei Geraden schneiden? - Wie berechnet man dann den Schnittpunkt?

Aufgabe 2:

Stellen Sie in einen Koordinatensystem folgenden Gleichungen dar:

a: $-2x_1 + x_2 = -1$

b: $-2x_1 + 3x_2 = 5$

c: $x_1 + 2x_2 = 4$

d: $-2x_1 + x_2 = 0$

Wie lautet die Gleichung der Geraden in der Parameterdarstellung $\vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{v}$?

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Schnittpunkte der beiden Graden g und h rechnerisch:

a) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

b) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4:

Schreiben Sie die Gleichungen der Geraden in Parameterdarstellung:

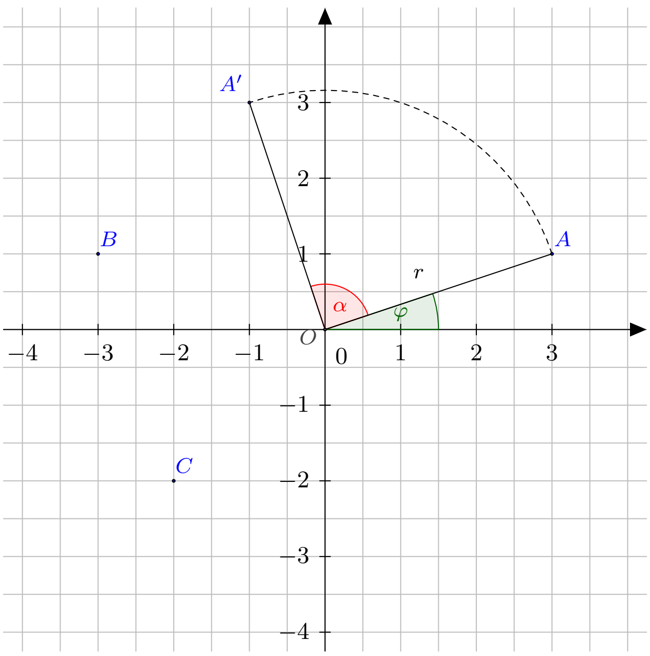
a: $\left\{ \begin{array}{lcrcr} x_1' & = & 2 & + & r \cdot 3 \\ x_2' & = & 3 & - & r \cdot 2 \end{array} \right.$

b: $\left\{ \begin{array}{lcrcr} x_1' & = & 3 & + & s \cdot 1 \\ x_2' & = & 1 & - & s \cdot 1 \end{array} \right.$

c: $\left\{ \begin{array}{lcrcr} x_1' & = & t \cdot 3 & + & 1 \\ x_2' & = & -1 & + & t \cdot 2 \end{array} \right.$

d: $\left\{ \begin{array}{lcr} x_1' & = & s \cdot 1 \\ x_2' & = & 1 \end{array} \right.$

Polarkoordinaten



Aufgabe 5:

Hier sehen Sie den Punkt $A(3 \mid 1)$. Ein Punkt in einem Koordinatensystem ist nicht nur durch seine Koordinaten sondern auch durch den Abstand zum Ursprung und einen Winkel eindeutig festgelegt. Es macht oft Sinn den Punkt P nicht in kartesischen Koordinaten $(x_1 \mid x_2)$ sondern in Polarkoordinaten (r, φ) anzugeben.

a) Berechnen Sie den Abstand $r = d(A, O)$ und den Winkel φ.

b) Wie lautet A in Polarkoordinaten?

c) A' ist die Drehung von A um $\alpha = 90°$ um den Ursprung O. Wie lautet A' in Polar- und Kartesischen Koordinaten?

d Drehen Sie B ebenfalls um $90°$ um den Ursprung. Wie lauten die Polar- und Kartesischen Koordinaten von B und B'?

e Drehen Sie C ebenfalls um $45°$ um den Ursprung. Wie lauten die Polar- und Kartesischen Koordinaten von C und C'?

Aufgabe 6:

Berechnen Sie die kartesischen Koordinaten der Punkte:

a) $A(2; 30°)$, $B(3; 30°)$, $C(4; 30°)$
b) $D(3; 45°)$, $E(3; 60°)$, $F(3; 90°)$
d) $G(3, 120°)$, $H(3, 135°)$, $I(3, 180°)$
e) $A(J, 225°)$, $K(3, 315°)$, $L(4, 300°)$

Beurteilen Sie die Lage der Punkte, stellen Sie die Punkte in einem Koordinatensystem dar und überprüfen Sie ihre Vermutung.

Wie lauten die Polarkoordinaten der Punkte im Bogenmaß?

Aufgabe 7:

Hier sehen Sie Punkte in einem Koordinatensystem.

a) Lesen Sie die Polarkoordinaten der Punkte im Grad- und Bogenmaß ab.

b) berechnen Sie die kartesischen Koordinaten der Punkte.